

13.55.

• Condition de résonance : $\bar{P} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$ (car $\cos \varphi = 1$)

• Pour résonance, $P' = U_{\text{eff}} \cdot I'_{\text{eff}} \cos \varphi = \frac{1}{2} \bar{P} = \frac{1}{2} U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$

$$\Rightarrow I'_{\text{eff}} \cos \varphi = \frac{1}{2} I_{\text{eff}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{I_{\text{eff}}}{2 I'_{\text{eff}}} = \frac{R}{Z'} \quad (1)$$

On sait également que $I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R}$ et $I'_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z'}$ $\Rightarrow \frac{I_{\text{eff}}}{I'_{\text{eff}}} = \frac{Z'}{R} \quad (2)$

En combinant (1) et (2) : $\frac{1}{2} \frac{I_{\text{eff}}}{I'_{\text{eff}}} = \frac{1}{2} \frac{Z'}{R} = \frac{R}{Z'} \Rightarrow \frac{1}{2} Z'^2 = R^2 \Rightarrow Z'^2 = 2R^2$
 $\Rightarrow Z' = R\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ le facteur de puissance vaut alors $\cos \varphi = \frac{R}{Z'} = \frac{R}{R\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

13.56

a). Si $f = 2f_0$, alors $Z = 2R = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ (conditions de la courbe)

À plus, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_0 \Rightarrow 4\pi^2 f_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C}$; $C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}$

$$\Rightarrow Z^2 = 4R^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = R\sqrt{3}$$

dans ce cas, $\omega = 4\pi f_0$ et $Z_L = 4\pi f_0 L$ et $Z_C = \frac{1}{4\pi f_0 C}$

$$\Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = 4\pi f_0 L - \frac{1}{4\pi f_0 \cdot \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}} = 4\pi f_0 L - \frac{1}{\frac{1}{\pi f_0 L}} = 4\pi f_0 L - \pi f_0 L = 3\pi f_0 L = R\sqrt{3}$$

d'où $\frac{Z_L}{R} = \frac{4\pi f_0 L}{R} = \frac{4\pi f_0 L}{\frac{3}{\sqrt{3}} \pi f_0 L} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

b). Même chose :

on exprime la fonction de C

$$\frac{Z_C}{R} = \frac{\frac{1}{4\pi f_0 C}}{R} = \frac{1}{4\pi f_0 C} \cdot \frac{1}{\frac{3}{\sqrt{3}} \pi f_0 L} = \frac{1}{4\pi f_0 C} \cdot \frac{1}{\frac{3}{\sqrt{3}} \pi f_0 L} \cdot 4\pi^2 f_0^2 L = \frac{\sqrt{3}}{3}$$