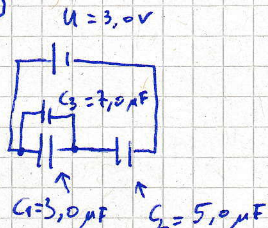
13.9

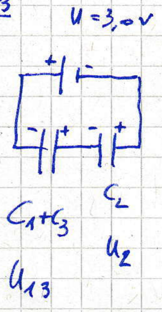
(a). Tension aux bornes de $C_3$




Circuit $\xrightarrow{\hspace{1cm}}$ équivalent

Les 2 condensateurs en parallèle s'additionnent

=




La tension aux bornes de $C_1$ = tension aux bornes de $C_3$ (car montage en parallèle) $= U_{13}$

· Pour un condensateur, on sait que $U = \frac{Q}{C}$

· Selon la loi des mailles, (Kirchhoff)

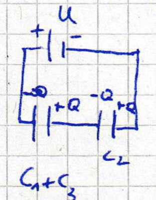
$$U = U_{13} + U_2$$

$$U = \frac{Q_{13}}{C_1 + C_3} + \frac{Q_2}{C_2}$$

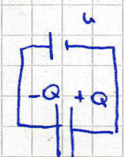
Comme les condensateurs sont en série, $Q_{13} = Q_2 = Q$

$$\Rightarrow U = \frac{Q}{C_1 + C_3} + \frac{Q}{C_2}$$

Pour trouver Q, il faut trouver le circuit équivalent du dernier circuit dessiné :




=




$$C_{équ} = \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1 + C_3}\right)^{-1}$$

$\Rightarrow$ loi des mailles : $U = \frac{Q}{C_{équ}}$

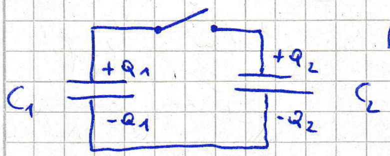
$\Rightarrow Q = C_{équ} \cdot U$

On remplace dans $U_{13}$ (= ce que l'on cherche), $U_{13} = \frac{Q}{C_1 + C_3} = \frac{C_{équ} \cdot U}{C_1 + C_3}$

$$= \frac{1}{10{,}0\,\mu F} \cdot \frac{1}{\frac{1}{5{,}0\,\mu F} + \frac{1}{10{,}0\,\mu F}} \cdot 3{,}0 = \underline{\underline{1{,}0\,V}}$$

(b). $E = \frac{1}{2} C U^2$ (selon le cours) $= \frac{1}{2}(7{,}0 \cdot 10^{-6}\,F) \cdot (1{,}0\,V)^2 = \underline{\underline{3{,}5 \cdot 10^{-6}\,J}}$

13.10




au départ, les charges portées par les plaques ne sont pas les mêmes, car aucun courant ne circule

$Q_1 \neq Q_2$ . Mais $Q_1 + Q_2$ = constante (conservation de la charge totale sur les 2 plaques supérieures)

$\Downarrow$ On ferme l'interrupteur

les charges vont se répartir sur les plaques


À l'équilibre, on aura $U_1 = U_2$ (loi des mailles de Kirchhoff)

$\uparrow$

c'est obligatoire, sinon un courant circulerait dans le circuit!

• Conservation de la charge (plaques supérieures) $\Rightarrow$ $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$

$$18\,\mu C = Q_1' + Q_2' \quad (1)$$

• Egalité des tensions $\Rightarrow$ $U_1 = \dfrac{Q_1'}{C_1} = U_2 = \dfrac{Q_2'}{C_2}$

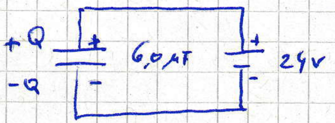
$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2} \Rightarrow Q_1' = \frac{C_1}{C_2} Q_2' \quad (2)$$

$\Rightarrow$ (2) dans (1) : $18\,\mu C = \dfrac{C_1}{C_2} Q_2' + Q_2' = \left(\dfrac{C_1}{C_2} + 1\right) Q_2' \Rightarrow Q_2' = \dfrac{18\,\mu C}{1 + \dfrac{C_1}{C_2}}$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{Q_2'}{C_2} = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{18\,\mu C}{\left(\dfrac{C_1}{C_2} + 1\right)} = \frac{1}{8\,\mu F} \cdot \frac{18\,\mu C}{\left(1 + \dfrac{1}{4}\right)} \cong \underline{\underline{1{,}8\ V}}$$

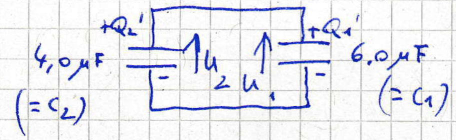
13.11

(i). Charge du condensateur de 6,0 µF :




$$Q = C \cdot U = 6{,}0 \cdot 10^{-6}\,F \cdot 24\,V = 1{,}44 \cdot 10^{-4}\,C$$

(ii). Charge du condensateur de 4,0 µF :




La charge initiale de Q, présente sur l'armature supérieure du condensateur de 6,0 µF est maintenant répartie sur les 2 armatures supérieures des 2 condensateurs :

$$Q = Q_1' + Q_2' \quad (1) \quad (\text{On cherche } Q_2')$$

A l'équilibre, les tensions aux bornes des deux condensateurs doivent être égales :

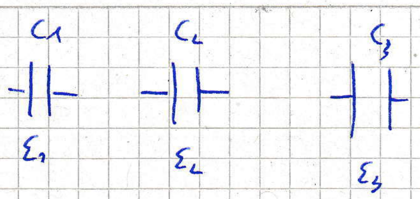
$$U_1 = U_2 \Rightarrow U_1 = \frac{Q_1'}{C_1} = U_2 = \frac{Q_2'}{C_2} \Rightarrow Q_1' = \frac{C_1}{C_2} Q_2' \quad (2)$$

On insère (2) dans (1) :

$$Q = \frac{C_1}{C_2} Q_2' + Q_2' = \left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right) Q_2' \Rightarrow Q_2' = \frac{Q}{1 + \frac{C_1}{C_2}} = \frac{1{,}44 \cdot 10^{-4}\,C}{1 + 1{,}5}$$

$$\underline{\underline{\cong 5{,}8 \cdot 10^{-5}\,C}}$$

13.12




"Même géométrie" $\Rightarrow$ $C = \varepsilon \frac{S}{d}$

$S$ et $d$ sont identiques pour les 3 condensateurs
(on suppose que ce sont des condensateurs plans)
- ça ne changerait rien au résultat pour d'autres géométries -

$C_3$ est équivalent à $C_1$ et $C_2$ en série $\Rightarrow$ $C_3 = \underbrace{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}}_{\text{capacité équivalente de } C_1 \text{ et } C_2 \text{ montés en série}}$

$$\Rightarrow \varepsilon_3 \cancel{\frac{S}{d}} = \left(\frac{1}{\varepsilon_1 \frac{S}{d}} + \frac{1}{\varepsilon_2 \frac{S}{d}}\right)^{-1} = \cancel{\frac{S}{d}}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\varepsilon_3 = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right)^{-1}}}$$

ou aussi, $\varepsilon_3 = \dfrac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}} = \dfrac{1}{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}} = \dfrac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$