

①. (a).  $v_0 = 7950 \text{ m/s}$   
 $m = 1 \text{ kg}$   $\Rightarrow E_{cin} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7950^2 = \underline{\underline{3,16 \cdot 10^7 \text{ J}}}$

(b). quantité d'eau,  $q = \frac{3,16 \cdot 10^7}{2,3 \cdot 10^6} \approx \underline{\underline{13,7 \text{ kg}}}$

② (a).  $g_L = 1,6 \text{ m/s}^2$   
 $R_L = 1737,4 \text{ km}$  d'après le cours :  $h = \frac{1}{2} g_L (\Delta t)^2 = 0,8 \text{ m}$   
 $\Rightarrow v_0 = \sqrt{(R_L + R)^2 - R_L^2} \approx \underline{\underline{1667 \text{ m/s}}}$

(b).  $T_0 = \frac{2\pi R_L}{v_0} = \frac{2\pi \cdot 1,7374 \cdot 10^6}{1667} \approx 6547 \text{ s} \Rightarrow \underline{\underline{1 \text{ h } 49 \text{ min } 07 \text{ sec}}}$

③.  $v_0 = 2500 \text{ m/s}$   
 $T_0 = 77' = 4620 \text{ s}$  de  $T_0 = \frac{2\pi R}{v_0} \Rightarrow R = \frac{v_0 \cdot T_0}{2\pi} = 1,838 \cdot 10^6 \text{ m}$

Ensuite, de  $v_0 = \left[ (R + R)^2 - R^2 \right]^{1/2} = 2500$

$\Rightarrow (R + R)^2 - R^2 = 2500^2 \Rightarrow (R + R)^2 = 2500^2 + R^2$

$\Rightarrow R + R = (2500^2 + R^2)^{1/2} \Rightarrow R = (2500^2 + R^2)^{1/2} - R \approx 1,7 \text{ m}$

Or,  $h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$  avec  $\Delta t = 1 \text{ s} \Rightarrow g = 2 \cdot R = \underline{\underline{3,4 \text{ m/s}^2}}$

④.  $R = 3,275 \cdot 10^6 \text{ m}$  d'abord on cherche  $R$ , selon le problème 3 :  
 $v_0 = 9800 \text{ m/s}$   $h = (v_0^2 + R^2)^{1/2} - R \approx 14,66 \text{ m}$

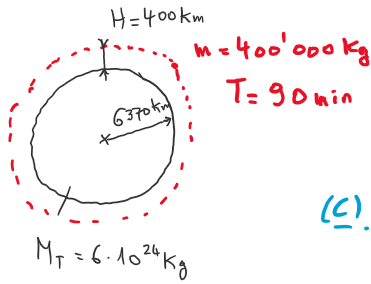
Puis, de  $R = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \Rightarrow g = 2 R = \underline{\underline{29,3 \text{ m/s}^2}}$

⑤. On détermine d'abord  $v_0$  :  $v_0 = \frac{2\pi R}{T_0} = \frac{2\pi \cdot 2,255 \cdot 10^6}{25 \cdot 60} = 9,445 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Puis  $h$ , avec  $h = (v_0^2 + R^2)^{1/2} - R \approx 109,78 \text{ m}$

Enfin,  $h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \Rightarrow g = 2 \cdot R = \underline{\underline{39,6 \text{ m/s}^2}}$

6.



(a). Vitesse orbitale =  $\frac{\text{distance}}{T} = \frac{2\pi(6370 \text{ km} + 400 \text{ km}) \cdot 1000}{90 \text{ min} \cdot 60} \approx \underline{\underline{7880 \text{ m/s}}}$

(b).  $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 400'000 \cdot (7880)^2 \approx \underline{\underline{1,24 \cdot 10^{13} \text{ J}}}$

(c).  $E_{\text{pot}} = -G \frac{M \cdot m}{r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 400'000}{6770 \text{ km} \cdot 1000} \approx \underline{\underline{-2,36 \cdot 10^{13} \text{ J}}}$

(d).  $E_{\text{mé}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} \approx \underline{\underline{-1,12 \cdot 10^{13} \text{ J}}}$

7. (a) Lune.  $E_{\text{pot}} = -G \frac{M \cdot m}{r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{1,7374 \cdot 10^6} = \underline{\underline{-2,82 \cdot 10^6 \text{ J}}}$   
(m = 1 kg)

(b). Terre. Idem :  $E_{\text{pot}} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} = \underline{\underline{-6,25 \cdot 10^7 \text{ J}}}$

8. (a). m = 1 kg h = altitude inconnue  
 $E_{\text{pot}} = -60 \text{ MJ} = -6 \cdot 10^7 \text{ J}$

On a  $E_{\text{pot}} = -G \frac{M \cdot m}{R+h} \Rightarrow R+h = -G \frac{M \cdot m}{E_{\text{pot}}} \Rightarrow h = -G \frac{M \cdot m}{E_{\text{pot}}} - R$   
 $= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{-6 \cdot 10^7} - 6,371 \cdot 10^6$   
 $\Rightarrow h \approx \underline{\underline{265'650 \text{ m}}}$

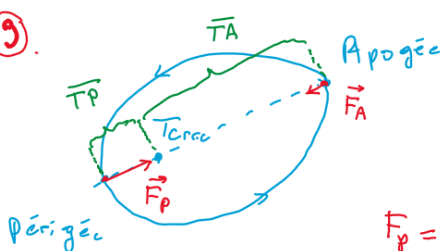
(b). On cherche  $E_{\text{cin}}$  ! On trouve  $v_0$  à partir de la formule  $v_0 = \sqrt{G \frac{M}{r}}$

$v_0 = \left( 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{R+h} \right)^{1/2} \approx 7746 \text{ m/s}$

$R+h = 6,371 \cdot 10^6 + 265'650$

$\Rightarrow E_{\text{mé}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{cin}} = -6 \cdot 10^7 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7746^2 \approx \underline{\underline{-3 \cdot 10^7 \text{ J}}}$

9.



$F_A = G \frac{m_L \cdot m_T}{T_A^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(4,067 \cdot 10^8)^2} \approx \underline{\underline{1,8 \cdot 10^{20} \text{ N}}}$

$F_p = G \frac{m_L \cdot m_T}{T_P^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(3,564 \cdot 10^8)^2} \approx \underline{\underline{2,3 \cdot 10^{20} \text{ N}}}$

10.

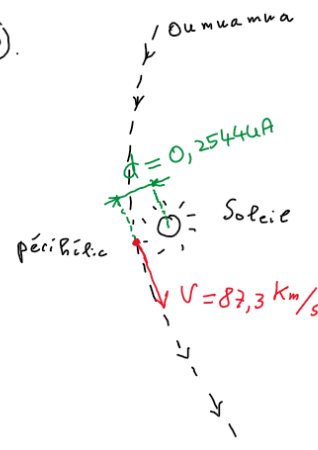


Diagram showing an elliptical orbit around the Sun (Soleil). The distance from the Sun to the aphélie is  $a = 0,2544 \text{ UA}$ . The velocity at the périhélie is  $v = 87,3 \text{ km/s}$ .

Equation for mechanical energy at the périhélie:

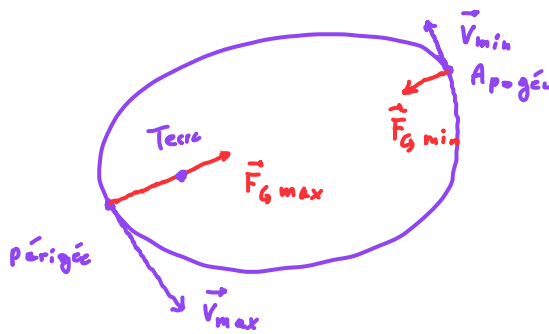
$$E_{\text{méc}} \text{ au périhélie} = \frac{1}{2} m v^2 - G m \frac{M_{\odot}}{d}$$

where  $M_{\odot}$  is the mass of the Sun (← masse Soleil!).

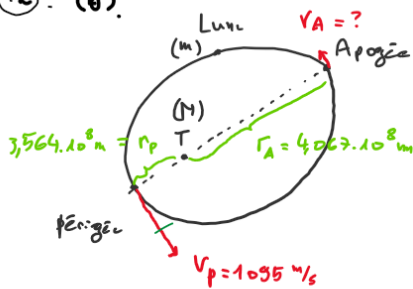
$$= \frac{1}{2} \cdot 10^{10} \cdot (87,3 \cdot 1000)^2 - 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{10} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}}{0,2544 \cdot 1,5 \cdot 10^8}$$

$$\approx \underline{\underline{3,1 \cdot 10^{18} \text{ J}}} > 0 : \text{objet "libre" !}$$

11. Pour une trajectoire elliptique, la vitesse est maximale au périhélie, là où la force de gravité est la plus grande. A l'opposé, à l'apogée, la vitesse est minimale car la force de gravité est minimale en ce point.



12. (b).



On doit avoir  $E_{\text{méc}}(A) = E_{\text{méc}}(P)$

Suite des opérations à réaliser

$$-G \frac{M}{r_a} + \frac{1}{2} v_a^2 = -G \frac{M}{r_p} + \frac{1}{2} v_p^2 \quad \left| +G \frac{M}{r_a} \quad / \cdot 2 \quad / \sqrt{\dots} \right.$$

$$\frac{1}{2} v_a^2 = G \frac{M}{r_a} - G \frac{M}{r_p} + \frac{1}{2} v_p^2$$

$$v_a^2 = 2G M \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_p} \right) + v_p^2$$

$$v_a = \sqrt{2G M \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_p} \right) + v_p^2} = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \left( \frac{1}{4,067 \cdot 10^8} - \frac{1}{3,564 \cdot 10^8} \right) + 1095^2}$$

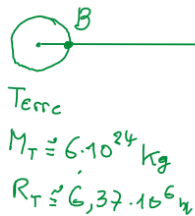
$$\boxed{v_a \approx 960 \text{ m/s}}$$

(a).  $E_{\text{méc}} \text{ totale, au périhélie} = -G \frac{M_T \cdot m_L}{r_p} + \frac{1}{2} m_L \cdot v_p^2$

$$= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{3,564 \cdot 10^8} + \frac{1}{2} 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 1095^2$$

$$= \underline{\underline{-3,8 \cdot 10^{28} \text{ J}}}$$

13.



Infini!

$$E_{mec}(A) = 0$$

A l'instant du lâcher

⇒ Indépendant de la masse de l'objet!

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) = 0$$

$$E_{mec}(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 - G m \frac{M_T}{R_T} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Suite des opérations pour trouver } v_B! \\ + G \frac{M_T}{R_T} \cdot 2 / \sqrt{\quad} \end{array} \right.$$

$$v_B = \sqrt{2 G \frac{M_T}{R_T}} \approx \underline{\underline{11'210 \text{ m/s}}} \quad \text{: identique à vitesse de libération!}$$

14. Même raisonnement que l'exercice 13!

15. Vitesse de libération du Soleil:



$$E_{mec}(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 - G m \frac{M_D}{R_D} = 0 \Rightarrow v_A = \sqrt{2 G \frac{M_D}{R_D}} = \left( 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}}{7 \cdot 10^8} \right)^{1/2} \approx \underline{\underline{617'000 \text{ m/s}}}$$

16. Trou noir?



$$v_{orb} = \sqrt{2 G \frac{M}{R}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$2 G \frac{M}{R} = 9 \cdot 10^{16}$$

$$M = \frac{R}{2 G} \cdot 9 \cdot 10^{16} = \frac{10'000}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot 9 \cdot 10^{16} \approx \underline{\underline{6,7 \cdot 10^{30} \text{ kg}}}$$

Trou noir stellaire!

17.

Le graphique montre la période orbitale T en fonction de la distance au centre R pour une planète de masse m. A partir des informations du graphique, déterminez m en kg.

Indice : utiliser les deux formules permettant de calculer la vitesse orbitale

$$v_{orbitale} = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}} = \frac{2 \pi R}{T}$$

$$G \cdot \frac{M}{R} = \frac{4 \pi^2 R^2}{T^2} \quad | \cdot R / \div G$$

$$\Rightarrow M = \frac{4 \pi^2 R^3}{G \cdot T^2} \quad \begin{array}{l} (kg) \end{array}$$

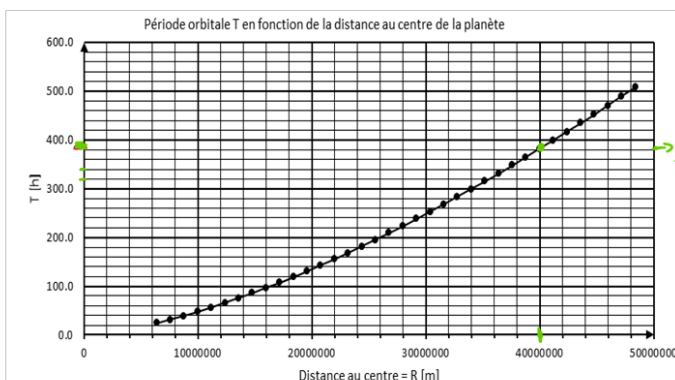
$$SI: \begin{array}{l} kg \\ s \\ m \end{array}$$

$$T = 3825 \text{ s} \rightarrow 382 \cdot 3600$$

$$R = 4 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$M = \frac{4 \pi^2 \cdot (4 \cdot 10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (382 \cdot 3600)^2} \approx \underline{\underline{2,2 \cdot 10^{22} \text{ kg}}}$$

≈ LUNE



18). On part de  $v_{\text{orb}} = \sqrt{2G \frac{M}{R}}$  pour "extraire"  $R$

$$(a) \quad v_{\text{orb}} = \sqrt{2G \frac{M}{R}} \rightarrow v_{\text{orb}}^2 = 2G \frac{M}{R} \rightarrow R = 2G \frac{M}{v_{\text{orb}}^2} = 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{0,0025 \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(4200)^2}$$

$$= 1,1286 \cdot 10^6 \text{ m} = \underline{\underline{1128,6 \text{ km}}}$$

$$(b) \quad \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{0,0025 \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3}\pi (1,1286 \cdot 10^6)^3} \approx \underline{\underline{2479 \text{ kg/m}^3}}$$

Volume d'une sphère  
 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$$19) \quad v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+r}} = \left[ 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,89 \cdot 10^{27}}{(71'280 + 30'000) \cdot 1000} \right]^{1/2} = 35'280 \text{ m/s}$$

$$T_{\text{orbital}} = \frac{2\pi(R+r)}{v_{\text{orbital}}} = \frac{2\pi(71'280 + 30'000) \cdot 1000}{35280} \approx 18'037,3 \text{ s} \rightarrow \underline{\underline{5R \text{ environ!}}}$$

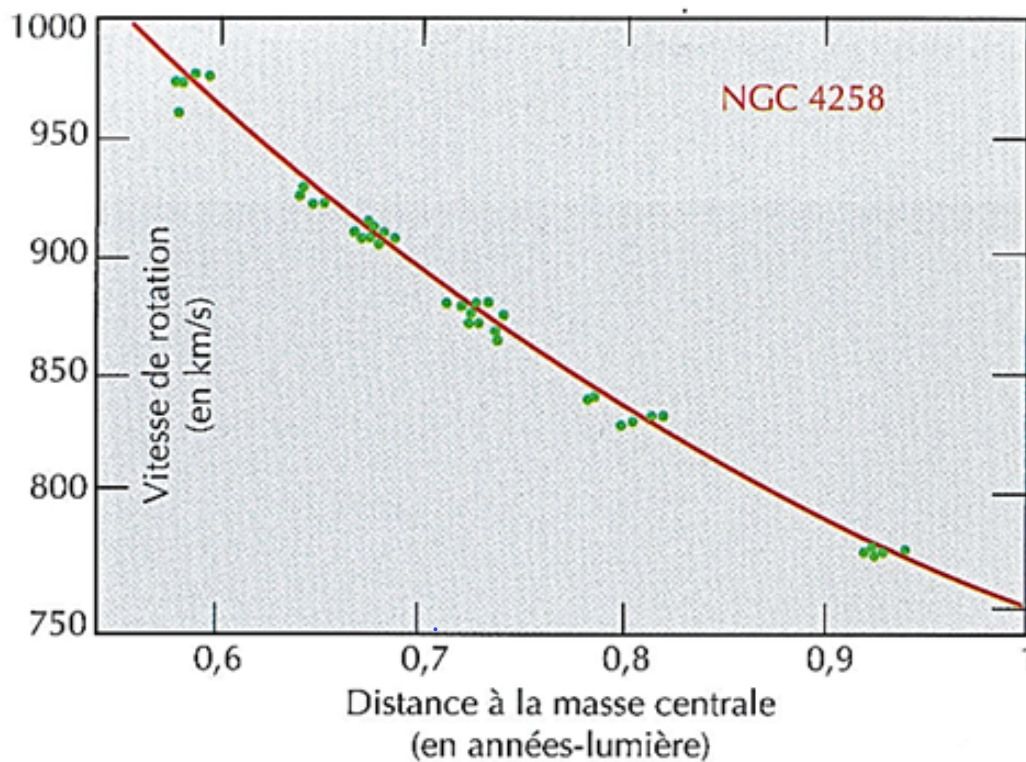
$$20) \quad \left. \begin{aligned} v_{\text{orb}} &= \sqrt{2G \frac{M}{R}} \Rightarrow v_{\text{orb}}^2 = 2G \frac{M}{R} \quad (1) \\ v_{\text{orb}} &= \sqrt{G \frac{M}{R+r}} \Rightarrow v_{\text{orb}}^2 = G \frac{M}{R+r} \quad (2) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{système de 2 équations} \\ \text{à 2 inconnues} \end{array}$$

• De (1):  $R = \frac{2GM}{v_{\text{orb}}^2} \Rightarrow \text{dans (2)} : v_{\text{orb}}^2 = G \frac{M}{\frac{2GM}{v_{\text{orb}}^2} + r} \Rightarrow v_{\text{orb}}^2 \left( \frac{2GM}{v_{\text{orb}}^2} + r \right) = GM$

$$\Rightarrow GM \left( \frac{v_{\text{orb}}^2}{v_{\text{orb}}^2} \cdot 2 - 1 \right) = -r \cdot v_{\text{orb}}^2 \Rightarrow M = \frac{-r \cdot v_{\text{orb}}^2}{G \left( \frac{v_{\text{orb}}^2}{v_{\text{orb}}^2} \cdot 2 - 1 \right)} \approx \underline{\underline{7,33 \cdot 10^{22} \text{ kg}}}$$

• On reprend (1):  $R = \frac{2GM}{v_{\text{orb}}^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,33 \cdot 10^{22}}{23742} \approx \underline{\underline{1,735 \cdot 10^6 \text{ m}}}$

21.



On utilise pour cet exercice la loi  $v_0 = \sqrt{G \frac{M}{r}}$ , pour 2 points du graphique.

• point 1:  $r = 0,7 \text{ a.l.}$ ,  $v_0 = 900 \text{ km/s}$   $\Rightarrow v_0^2 = G \frac{M}{r} \Rightarrow M = \frac{r \cdot v_0^2}{G} = \frac{0,7 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \cdot 900'000^2}{6,67 \cdot 10^{-11}}$   
 $\approx 8,04 \cdot 10^{37} \text{ kg}$

• point 2:  $r = 0,8 \text{ a.l.}$ ,  $v_0 = 835 \text{ km/s}$   $\Rightarrow M' = \frac{0,8 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \cdot 835'000^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} \approx 7,91 \cdot 10^{37} \text{ kg}$

Ces résultats sont relativement proches ! Donc  $M_{\text{moyenne}} \approx 7,98 \cdot 10^{37} \text{ kg} \approx 4 \cdot 10^7 M_{\odot}$

40 millions de masses solaires!